

Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC
Centro Tecnológico – CTC
Departamento de Informática e Estatística – INE
Linguagens Formais e Compiladores – INE5317
Professor Ricardo Silveira Azambuja

Alunos: Gustavo Henrique Nihei
Léo Willian Kölln

0513222-3
0513227-4

Lista de Exercícios n.º 2

1. Construir GLCs e autômatos de pilha para as seguintes linguagens:

a) $L = \{ w \mid w \text{ possui } aaa \text{ como subpalavra} \}$

$G = (\{S, A\}, \{a, b\}, P, S)$

P:

$S \rightarrow aaa \mid AaaaS \mid aaaAS$

$A \rightarrow aA \mid bA \mid \varepsilon$

Autômato de Pilha:

$M = (\{a, b\}, \{q_0, q_f\}, F, q_0, \{q_f\}, \{1, 2, 3\})$

$F(q_0, a, \varepsilon) = \{(q_0, 1)\}$

$F(q_0, a, 1) = \{(q_0, 2)\}$

$F(q_0, a, 2) = \{(q_0, 3)\}$

$F(q_0, b, \varepsilon) = \{(q_0, \varepsilon)\}$

$F(q_1, ?, 3) = \{(q_f, \varepsilon)\}$

b) $L = \{ u^n v a^n w \mid n \in \{1, 2\}, u, v, w \text{ são palavras de } \{a, b\}^* \text{ e } |u| = |v| = 5 \}$

$G = (\{S, A, B, C, D, U, W\}, \{a, b\}, P, S)$

P:

$S \rightarrow UaUaW \mid UaaUaaW$

$U \rightarrow aA \mid bA$

$A \rightarrow aB \mid bB$

$B \rightarrow aC \mid bC$

$C \rightarrow aD \mid bD$

$D \rightarrow a \mid b$

$W \rightarrow aW \mid bW \mid \varepsilon$

Autômato de Pilha:

$M = (\{a, b\}, \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_f\}, F, q_0, \{q_f\}, \{1, 2, 3, 4, 5, X\})$

$F(q_0, \varepsilon, \varepsilon) = \{(q_1, 5)\}$

$F(q_1, a, 5) = \{(q_1, 4)\}$

$F(q_1, a, 4) = \{(q_1, 3)\}$

$F(q_1, a, 3) = \{(q_1, 2)\}$

$F(q_1, a, 2) = \{(q_1, 1)\}$

$F(q_1, a, 1) = \{(q_1, \varepsilon)\}$

$F(q_1, b, 5) = \{(q_1, 4)\}$

$F(q_1, b, 4) = \{(q_1, 3)\}$

$F(q_1, b, 3) = \{(q_1, 2)\}$

$F(q1, b, 2) = \{(q1, 1)\}$
 $F(q1, b, 1) = \{(q1, \epsilon)\}$
 $F(q1, a, ?) = \{(q2, X)\}$
 $F(q2, a, \epsilon) = \{(q3, X)\}$
 $F(q3, a, \epsilon) = \{(q3, 5)\}$
 $F(q3, a, 5) = \{(q3, 4)\}$
 $F(q3, a, 4) = \{(q3, 3)\}$
 $F(q3, a, 3) = \{(q3, 2)\}$
 $F(q3, a, 2) = \{(q3, \epsilon)\}$
 $F(q3, b, \epsilon) = \{(q3, 5)\}$
 $F(q3, b, 5) = \{(q3, 4)\}$
 $F(q3, b, 4) = \{(q3, 3)\}$
 $F(q3, b, 3) = \{(q3, 2)\}$
 $F(q3, b, 2) = \{(q3, \epsilon)\}$
 $F(q3, a, X) = \{(q4, \epsilon)\}$
 $F(q4, a, X) = \{(q4, \epsilon)\}$
 $F(q4, \epsilon, ?) = \{(qf, \epsilon)\}$
 $F(qf, a, \epsilon) = \{(qf, \epsilon)\}$
 $F(qf, b, \epsilon) = \{(qf, \epsilon)\}$

c) $L = \{w | w \text{ é expressão regular sobre alfabeto } \{x\}\}$

$G = (\{S\}, \{(+, *,), x\}, P, S)$

P:

$S \rightarrow Sx \mid S+S \mid S^* \mid (S) \mid \epsilon$

Autômato de Pilha:

$M = (\{(+, *,), x\}, \{q0, q1, qf\}, F, q0, \{qf\}, \{X, P\})$

$F(q0, x, \epsilon) = \{(q0, X)\}$

$F(q0, (, \epsilon) = \{(q0, P)\}$

$F(q0, +, X) = \{(q0, X)\}$

$F(q0, *, X) = \{(q0, \epsilon)\}$

$F(q0, x, \epsilon) = \{(q1, \epsilon)\}$

$F(q0, \epsilon, \epsilon) = \{(q1, \epsilon)\}$

$F(q1, x, X) = \{(q1, \epsilon)\}$

$F(q1,), P) = \{(q1, \epsilon)\}$

$F(q1, ?, ?) = \{(qf, \epsilon)\}$

2. Obtenha autômatos de pilha que reconheçam as seguintes linguagens:

a) $L = \{a^n b^{2n} c^m d^{m+2} \mid n \text{ é maior ou igual a zero e } m \text{ é maior ou igual a } 1\}$

$G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c, d\}, P, S)$

P:

$S \rightarrow Abdd$

$A \rightarrow aAbb \mid \epsilon$

$B \rightarrow cCd$

$C \rightarrow cCd \mid \epsilon$

$M = (\{a, b, c, d\}, \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_f\}, F, q_0, \{q_f\}, \{A, B\})$

$F(q_0, a, \epsilon) = \{(q_0, A)\}$

$F(q_0, \epsilon, \epsilon) = \{(q_1, \epsilon)\}$

$F(q_1, b, A) = \{(q_1, B)\}$

$F(q_1, b, B) = \{(q_1, \epsilon)\}$

$F(q_1, \epsilon, ?) = \{(q_2, \epsilon)\}$

$F(q_2, c, \epsilon) = \{(q_2, A)\}$

$F(q_2, \epsilon, A) = \{(q_3, A)\}$

$F(q_3, d, A) = \{(q_3, \epsilon)\}$

$F(q_3, \epsilon, \epsilon) = \{(q_4, \epsilon)\}$

$F(q_4, d, \epsilon) = \{(q_4, B)\}$

$F(q_4, d, B) = \{(q_4, \epsilon)\}$

$F(q_4, ?, ?) = \{(q_f, \epsilon)\}$

b) $L = \{a^i b^n c^i \mid i > 0, n \text{ é maior ou igual a } 1\}$

$G = (\{S, A, B\}, \{a, b, c\}, P, S)$

P:

$S \rightarrow aSc \mid A$

$A \rightarrow bB$

$B \rightarrow bB \mid \epsilon$

$M = (\{a, b, c\}, \{q_0, q_1, q_2, q_f\}, F, q_0, \{q_f\}, \{X, A, B\})$

$F(q_0, a, \epsilon) = \{(q_0, X)\}$

$F(q_0, \epsilon, \epsilon) = \{(q_1, A)\}$

$F(q_1, b, A) = \{(q_1, B)\}$

$F(q_1, b, B) = \{(q_1, B)\}$

$F(q_1, \epsilon, B) = \{(q_2, \epsilon)\}$

$F(q_2, c, X) = \{(q_2, \epsilon)\}$

$F(q_2, ?, ?) = \{(q_f, \epsilon)\}$

3. Construa os autômatos de pilha equivalentes as gramáticas abaixo:

a) $G = (\{S, B, C\}, \{a, b\}, P, S)$

P: $S \rightarrow aB \mid aC$

$B \rightarrow aBC \mid aCC \mid b$

$C \rightarrow bB$

$M = (\{a, b\}, \{q_0, q_1, q_f\}, F, q_0, \{q_f\}, \{S, B, C\})$

$F(q_0, \epsilon, \epsilon) = \{(q_1, S)\}$

$F(q_1, a, S) = \{(q_1, B)\}$

$F(q_1, a, S) = \{(q_1, C)\}$

$F(q_1, a, B) = \{(q_1, BC)\}$

$F(q_1, a, B) = \{(q_1, CC)\}$

$F(q_1, b, B) = \{(q_1, \epsilon)\}$

$$F(q1, b, C) = \{(q1, B)\}$$

$$F(q1, ?, ?) = \{(qf, \epsilon)\}$$

b) $G = (\{E, T, P\}, \{(, a, t, +, *, -, ?,), P, E)$

$P: E \rightarrow (EP \mid at \mid a$

$T \rightarrow +E \mid *E \mid -E \mid /E$

$P \rightarrow)$

Gramática simplificada na FNG:

$G = (\{E, P\}, \{(, a, t,), P, E)$

$P:$

$E \rightarrow (EP \mid aB \mid a$

$B \rightarrow t$

$P \rightarrow)$

$M = (\{(, a, t,), \{q0, q1, qf\}, F, q0, \{qf\}, \{S, B, P\})$

$F(q0, e, e) = \{(q1, S)\}$

$F(q1, (, S) = \{(q1, SP)\}$

$F(q1, a, S) = \{(q1, B)\}$

$F(q1, a, S) = \{(q1, \epsilon)\}$

$F(q1, t, B) = \{(q1, \epsilon)\}$

$F(q1,), P) = \{(q1, \epsilon)\}$

$F(q1, ?, ?) = \{(qf, \epsilon)\}$

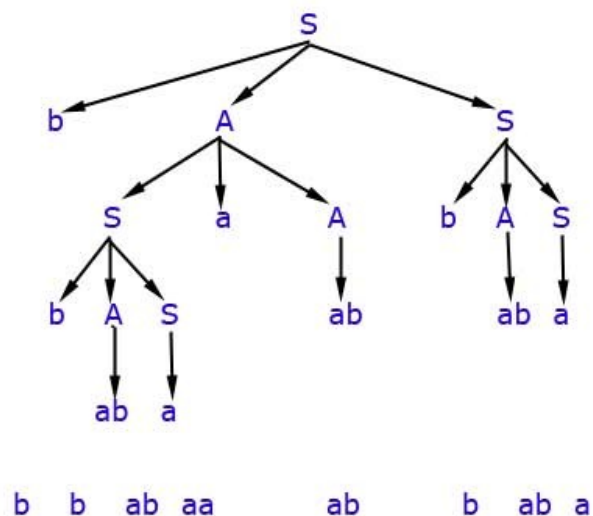
4. Para a gramática:

$G = (\{S, A\}, \{a, b\}, P, S)$

$P: S \rightarrow bAS \mid a$

$A \rightarrow SaA \mid SS \mid ab$

a) obtenha a árvore de derivação de sentença "bbabaaabbaba"

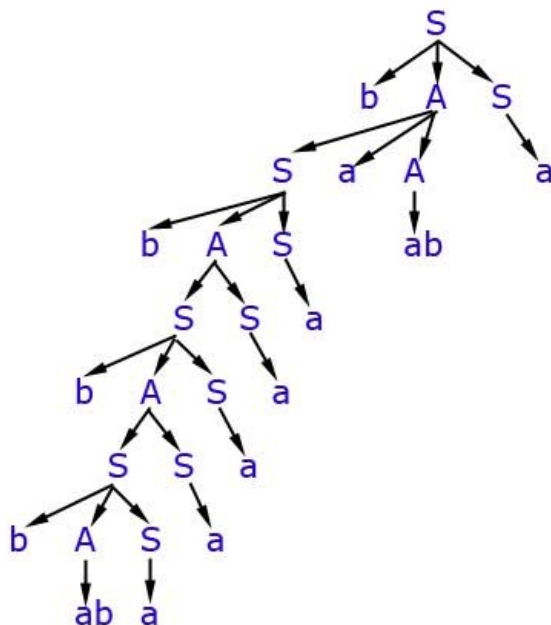


b) descreva qual a linguagem gerada pela gramática

$L = \{w \mid w \in \{a,b\}^* \text{ e a quantidade de a's é maior ou igual a quantidade de b's. Além disso, a palavra ou é iniciada com b, ou } |w| = 1\}$

c) obtenha as árvores de derivação para outras sentenças quaisquer

bbbbabaaaaaaba



5. Eliminar símbolos inúteis, produções simples, recursão à esquerda da gramática:

$G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, P, S)$

$P: S \rightarrow aBa \mid A$

$A \rightarrow aA \mid a \mid B \mid Sa$

$B \rightarrow bB \mid b \mid C$

$C \rightarrow cC \mid abC$

* Símbolos Inúteis

Não há símbolos inúteis

* Produções Simples

P' :

$S \rightarrow aBa \mid aA \mid a \mid Sa \mid bB \mid b \mid cC \mid abC$

$A \rightarrow aA \mid a \mid Sa \mid bB \mid b \mid cC \mid abC$

$B \rightarrow bB \mid b \mid cC \mid abC$

$C \rightarrow cC \mid abC$

* Recursões à Esquerda

P'' :

$A1 \rightarrow aA3a \mid aA2 \mid a \mid bA3 \mid b \mid cA4 \mid abA4 \mid aA3aB \mid aA2B \mid aB \mid bA3B \mid bB \mid cA4B \mid$
 $abA4B$
 $B \rightarrow a \mid aB$
 $A2 \rightarrow aA2 \mid a \mid bA3 \mid b \mid cA4 \mid abA4 \mid aA3aa \mid aA2 \mid aa \mid bA3a \mid ba \mid cA4a \mid abA4a \mid aA3aBa$
 $\mid aA2Ba \mid aBa \mid bA3Ba \mid bBa \mid cA4Ba \mid abA4Ba$
 $A3 \rightarrow bA3 \mid b \mid cA4 \mid abA4$
 $A4 \rightarrow cA4 \mid abA4$

$G = (\{A1, A2, A3, A4, B\}, \{a, b, c\}, P, A1)$

6. Colocar a GLC nas formas normais de Chomsky e Greibach:

$G = (\{S, A, B\}, \{a, b, c\}, P, S)$

$P: S \rightarrow AB$

$A \rightarrow aBc \mid a$

$B \rightarrow bSa \mid b$

* Chomsky

$GFNC = (\{S, A, A1, B, B1, X, Z\}, \{a, b, c\}, PFNC, S)$

PFNC:

$S \rightarrow AB$

$A \rightarrow XA1 \mid a$

$A1 \rightarrow BZ$

$B \rightarrow YB1 \mid b$

$B1 \rightarrow SX$

$X \rightarrow a$

$Z \rightarrow c$

* Greibach

$GFNG = (\{A1, A2, A3, B, C, D\}, \{a, b, c\}, PFNG, A1)$

PFNG:

$A1 \rightarrow aA3B \mid aA3$

$A2 \rightarrow aA3C \mid a$

$A3 \rightarrow bA1D \mid b$

$B \rightarrow cA3$

$C \rightarrow c$

$D \rightarrow a$

7. Considerando a GLC a seguir:

$G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b\}, P, S)$

$P: S \rightarrow A \mid B \mid AB$

$A \rightarrow aB \mid bS \mid b$

$B \rightarrow bB \mid Ba \mid c$

$C \rightarrow AS \mid AB \mid b$

a) Eliminar símbolos inúteis.

Não há símbolos inúteis.

b) Eliminar produções simples da gramática obtida no item anterior.

$$G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, P', S)$$

P':

$$S \rightarrow aB \mid bS \mid b \mid bB \mid Ba \mid c \mid AB$$

$$A \rightarrow aB \mid bS \mid b$$

$$B \rightarrow bB \mid Ba \mid c$$

$$C \rightarrow AS \mid AB \mid b$$

c) Eliminar recursão à esquerda da gramática do item b.

$$G = (\{A1, A2, A3, B, A4\}, \{a, b, c\}, P'', A1)$$

P'':

$$A1 \rightarrow aA3 \mid bA1 \mid b \mid bA3 \mid A3a \mid c \mid A2A3$$

$$A2 \rightarrow aA3 \mid bA1 \mid b$$

$$A3 \rightarrow bA3 \mid c \mid bA3B \mid cB$$

$$B \rightarrow a \mid aB$$

$$A4 \rightarrow aA3A1 \mid bA1A1 \mid bA1 \mid aA3A3 \mid bA1A3 \mid bA3 \mid b$$

d) Colocar na FNC

$$GFNC = (\{S, A, B, C, X, Y, Z\}, \{a, b, c\}, PFNC, S)$$

PFNC:

$$S \rightarrow XB \mid YS \mid b \mid YB \mid BX \mid c \mid AB$$

$$A \rightarrow XB \mid YS \mid b$$

$$B \rightarrow YB \mid BX \mid c$$

$$C \rightarrow AS \mid AB \mid b$$

$$X \rightarrow a$$

$$Y \rightarrow b$$

$$Z \rightarrow c$$

e) Colocar na FNG

$$GFNG = (\{A1, A2, A3, A4, B, X\}, \{a, b, c\}, PFNG, A1)$$

PFNG:

$$A1 \rightarrow aA3 \mid bA1 \mid b \mid bA3 \mid c \mid bA3X \mid cX \mid bA3BX \mid cBX \mid aA3A3 \mid bA1A3 \mid bA3$$

$$A2 \rightarrow aA3 \mid bA1 \mid b$$

$$A3 \rightarrow bA3 \mid c \mid bA3B \mid cB$$

$$B \rightarrow a \mid aB$$

$$A4 \rightarrow aA3A1 \mid bA1A1 \mid bA1 \mid aA3A3 \mid bA1A3 \mid bA3 \mid b$$

$$X \rightarrow a$$

8. Simplificar a gramática:

$$G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, P, S)$$

$$P: S \rightarrow aA \mid aB \mid C$$

$$A \rightarrow CA \mid a$$

$$B \rightarrow bB \mid bC$$

$$C \rightarrow aC \mid c$$

$G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, P', S)$

P' :

$S \rightarrow aA \mid bB \mid aC \mid c$

$A \rightarrow CA \mid a$

$B \rightarrow bB \mid bC$

$C \rightarrow aC \mid c$